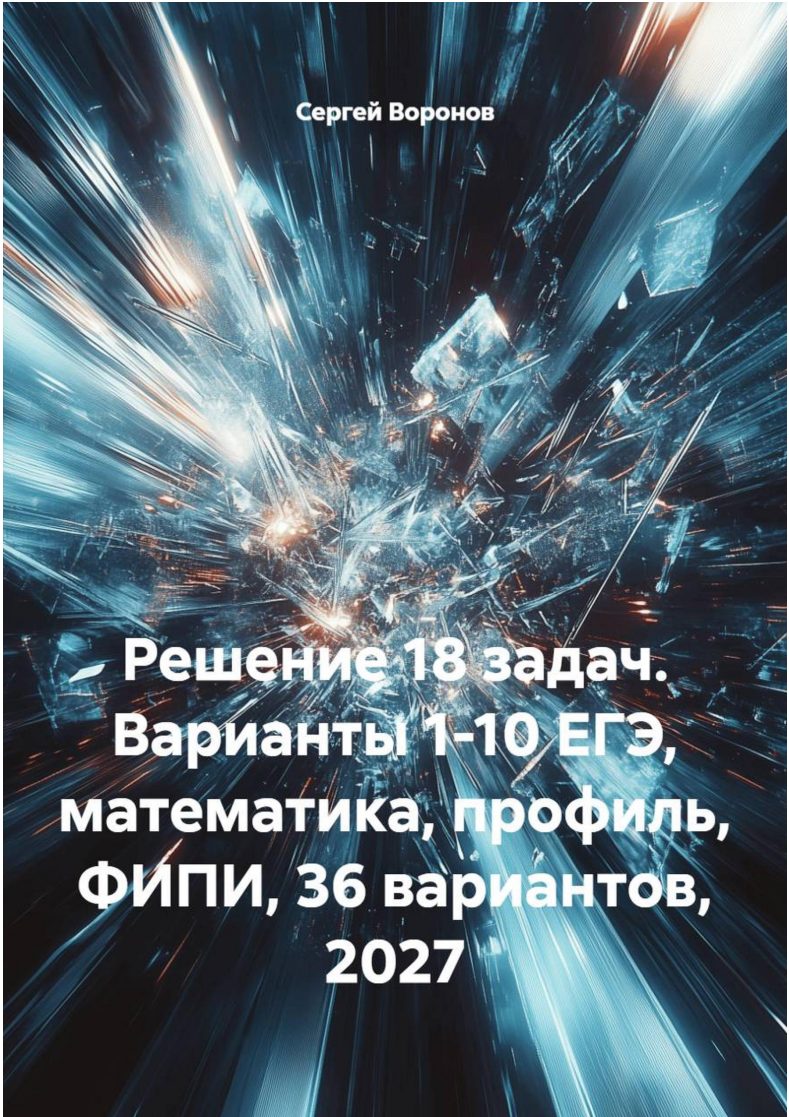

Сергей Воронов
Решение 18 задач. Варианты 1-10 ЕГЭ, математика, профиль, ФИПИ, 36 вариантов, 2027

Сергей Воронов

Решение 18 задач. Варианты 1-10 ЕГЭ, математика, профиль, ФИПИ, 36 вариантов, 2027

https://litres.ru/74765117
SelfPub; 2026

Аннотация

Подготовьтесь к ЕГЭ-2027 с компактным решебником от автора. Пособие содержит подробные решения 18 задач по профильной математике, соответствующих требованиям ФИПИ. Авторский подход помогает эффективно освоить сложные темы и закрепить материал через практику.

Лаконичные примеры и структурированные разделы позволяют быстро находить нужную информацию даже перед экзаменом. Идеальный выбор для самостоятельной подготовки.

Сборник создан для школьников, стремящихся достичь высокого результата на ЕГЭ. Подробные комментарии к решениям развивают аналитическое мышление и уверенность в выполнении заданий.

Содержание

Глава 1 4
Глав 9
Конец ознакомительного фрагмента. 10

Сергей Воронов
Решение 18 задач. Варианты 1-10 ЕГЭ, математика, профиль, ФИПИ, 36 вариантов, 2027

Глава 1

18-1-2027

В пятиугольник ABCDE вписана окружность ω радиусом m с центром в точке O. Четырёхугольник ABDE является равнобедренной трапецией с большим основанием BD; P — точка касания окружности ω со стороной AE.

а) Докажите, что точки C, O и P лежат на одной прямой.

б) Найдите площадь пятиугольника ABCDE, если AE = 14, BD = 24, AB = 13.

Решение. а) Доказательство

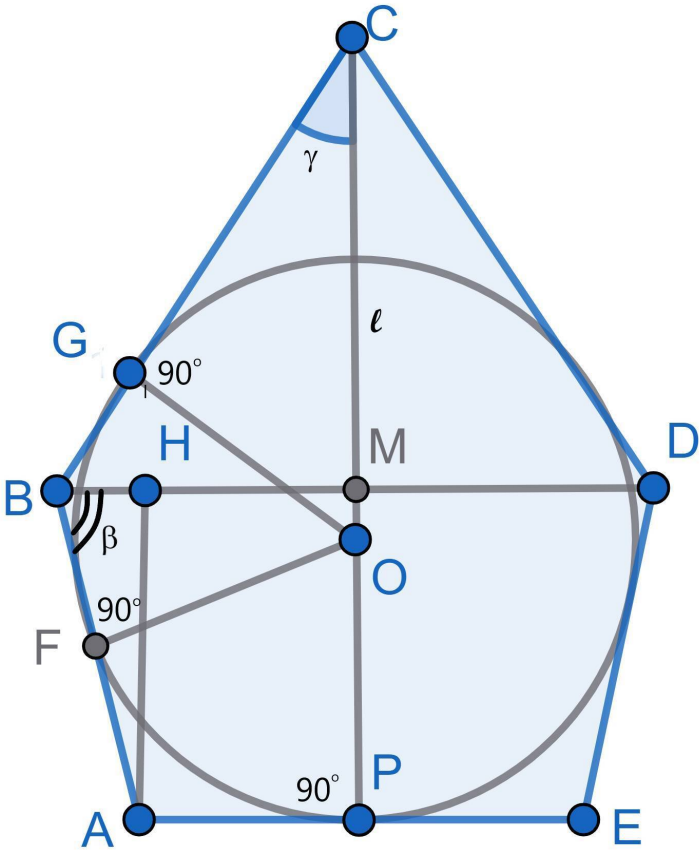
Ось симметрии трапеции:Четырёхугольник ABDE является равнобедренной трапецией с основаниями AE и BD (AE BD) и боковыми сторонами AB = ED. Любая равнобедренная трапеция имеет ось симметрии — прямую l, проходя-

щую через середины её оснований перпендикулярно им.

Положение центра O и точки P:Окружность ω вписана в пятиугольник ABCDE, а значит, она касается сторон AE, AB и DE. Поскольку эти три стороны расположены симметрично относительно прямой l, центр вписанной окружности O обязан лежать на этой оси симметрии l. Точка P — точка касания окружности со стороной AE. Так как AE l, радиус OP перпендикулярен AE, следовательно, отрезок OP лежит на прямой l, а точка P является серединой основания AE.

Положение точки C:Вершины B и D трапеции симметричны друг другу относительно оси L. Окружность ω также симметрична относительно l. Стороны BC и DC пятиугольника являются касательными к окружности ω, проведёнными из точек B и D соответственно. В силу зеркальной симметрии всей конфигурации относительно прямой l, прямые BC и DC симметричны друг другу относительно L. Их точка пересечения — вершина C — также обязана лежать на оси симметрии l.

Следовательно точки C, O и P лежат на одной и той же прямой l (оси симметрии трапеции). Что и требовалось доказать.



б) Найдем высоту трапеции ABDE. Пусть M – середина основания BD, а P – середина AE. Отрезок PM является вы-

сотой трапеции, он лежит на её оси симметрии. Пусть AH – высота из вершины A на BD,

тогда BH = (BD – AE)/2 = (24-14)/2 = 5.

Из прямоугольного треугольника ABH находим высоту трапеции по теореме Пифагора:

PM = AH =

$$\sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{169 - 25} = 12.$$

♦Далее найдем радиус вписанной окружности. Рассмотрим ∠BAE, центр вписанной окружности лежит на его биссектрисе. В прямоугольном △APO (∠P = 90°) отрезок AP = AE/2 = 7, а катет OP = m ⇒

tg∠A/2 = OP/AP = m/7. Найдем этот же угол другим способом. Пусть ∠ABH = β, из △ABH ⇒

sin β = 12/13, cos β =5/13. AE ‖ BD⇒ ∠A =180°— β; ∠A/2 =90°— β/2; tg∠A/2 = ctgβ/2 = $\frac{sin\beta}{1-cos\beta} = \frac{12/13}{1-5/13} = 1{,}5$.

Приравнивая полученные значения, получаем m/7 =1,5; m=10,5.

♦Далее найдем высоту △BCD. Длина отрезка PM равна12, OP = m = 10,5; расстояние от центра O до стороны BD (точки M) равно: OM = PM – OP = 12 – 10,5 = 1,5.

Пусть C – вершина пятиугольника, лежащая на продолжении оси симметрии PM за отрезок BD.

Обозначим высоту △BCD как CM = x, тогда OC = OM + CM = 1,5 + x.

Пусть окружность касается стороны BC в точке G. Тогда OG ⊥ BC и OG = m = 10,5.

Рассмотрим два прямоугольных треугольника, имеющих общий угол ∠BCM = γ, из △BCM ⇒

$\sin\gamma = \frac{BM}{BC} = \frac{12}{\sqrt{BM^2+CM^2}} = \frac{12}{\sqrt{144+x^2}}$; из △OGC ⇒ $\sin\gamma = \frac{OG}{OC} = \frac{10{,}5}{1{,}5+x}$; $\frac{12}{\sqrt{144+x^2}} = \frac{10{,}5}{1{,}5+x}$; $\frac{8}{\sqrt{144+x^2}} = \frac{7}{1{,}5+x}$;

$8(1{,}5+x) = 7\sqrt{144+x^2}$; $(12 + 8x)^2 = 49(144+x^2)$; $144 + 192x + 64x^2 = 7056 + 49x^2$;

$15x^2 + 192x - 6912 = 0$; $5x^2 + 64x - 2304 = 0$; D = 50176 = 224^2; x > 0 ⇒ $x = \frac{-64+224}{10} = 16$.

Высота △BCD равна CM = 16.

Вычисляем площадь: $S_{ABDE} = (AE + BD)PM/2 = (14 + 24) \cdot 12/2 = 228$;

$S_{BCD} = BD \cdot CM/2 = 24 \cdot 10/2 = 192$; $S_{ABCDE} = 228 + 192 = 420$.

Ответ: б) 420.

Синус гамма равен двенадцать делить на корень квадрат-

ный из сто сорок четыре

плюс икс в квадрате. Синус гамма равен десять с половиной делить на полтора плюс икс.

Глав

Конец ознакомительного фрагмента.

Текст предоставлен ООО «Литрес».

Прочитайте эту книгу целиком, купив полную легальную версию на Литрес.

Безопасно оплатить книгу можно банковской картой Visa, MasterCard, Maestro, со счета мобильного телефона, с платежного терминала, в салоне МТС или Связной, через PayPal, WebMoney, Яндекс.Деньги, QIWI Кошелек, бонусными картами или другим удобным Вам способом.