



Сложные проценты

Василиса Волконская

Сложные проценты

«Автор»

2026

Волконская В.

Сложные проценты / В. Волконская — «Автор», 2026

В серии этих книг собрано много методик по решению, школьной математики и высшей математики. В книгах подробно разобраны различные примеры для сдачи экзаменов в школе и в университете. Собраны многие правила и методики решения задач. Материал написан доступно для любого среднего ученика, который хочет понять математику, а не бездумно ее списать.

© Волконская В., 2026

© Автор, 2026

Василиса Волконская

Сложные проценты

Содержание:

- 1) Арифметическая и геометрическая прогрессии.
- 2) Вывод формулы сложных процентов.
- 3) Примеры решения задач на сложные проценты.
- 4) Формулы для решения задач на сложные проценты.
- 5) Примеры решения задач.
- 6) Формула для нахождения суммы.
- 7) Примеры решения задач на выведенные формулы.

Прогрессии и сложные проценты.

1)) Арифметическая и геометрическая прогрессии.

Если каждому натуральному числу поставлено в соответствие действительное число a_n , то говорят, что задана числовая последовательность.

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n \dots$

Числовая последовательность - это пронумерованный ряд чисел.

$a_n = f(n); n \in \mathbb{N}$

Некоторые последовательности задаются функциями с натуральным аргументом.

Прогрессии - это особые виды последовательностей.

Арифметическая прогрессия - это числовая последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, сложенному с одним и тем же числом d (называемым разностью арифметической прогрессии).

$$a_{n+1} = a_n + d$$

Геометрическая прогрессия - это числовая последовательность, первый член которой не равен нулю, а каждый её член, начиная со второго равен предыдущему члену, умноженному на одно и то же число q , отличное от нуля (называемое знаменателем геометрической прогрессии).

$$b_{n+1} = b_n q$$

$$\text{где } b_1 \neq 0; q \neq 0$$

Эти последовательности очень широко применяются.

Например, при помощи геометрической прогрессии можно вычислять сложные проценты.

Запишем основные формулы для этих прогрессий (последовательностей).

Названия формул.	Арифметическая прогрессия	Геометрическая прогрессия
Формула общего члена по первому члену прогрессии.	$a_n = a_1 + (n - 1) d$ d - разность арифметической прогрессии.	$b_n = b_1 q^{n-1}$ q - знаменатель геометрической прогрессии.
Формулы нахождения разности и знаменателя прогрессии.	$d = a_{n+1} - a_n$ Следующий член вычесть предыдущий.	$q = b_{n+1} / b_n$ Следующий член делить на предыдущий член.
Характеристическое свойство.	$a_n = (a_{n-1} + a_{n+1}) / 2$ $n > 1$ Член арифметической прогрессии, есть среднее арифметическое членов, между которыми он находится.	$b_n^2 = b_{n-1} \times b_{n+1}$ Член геометрической прогрессии, есть среднее геометрическое членов, между которыми он стоит.
Формула вычисления разности и знаменателя через любые члены прогрессии.	$d = (a_{n2} - a_{n1}) / (n2 - n1)$ Разность равна следующий член вычесть предыдущий член и поделить на разность номеров.	$q^{n1-n2} = b_{n2} / b_{n1}$ Знаменатель в степени разности номеров членов, равен частному следующего члена и предыдущего.
Сумма первых n членов прогрессии.	$S_n = (a_1 + a_n) n / 2$ $S_n = (2a_1 + (n - 1) d) n / 2$	$S_n = b_1 (1 - q^n) / (1 - q)$ $q \neq 1$ $S_n = (b_n q - b_1) / (q - 1)$ $q \neq 1$

2)) Вывод формулы сложных процентов.

Сложные проценты - это проценты, начисляемые через определённый промежуток времени, на срок больший, чем эти промежутки времени.

Сложные проценты вычисляются по формуле геометрической прогрессии (её общего члена и суммы).

Например, задачи на вклады в банк.

На сумму, которую мы берём или кладем, начисляются проценты.

a - сумма положенная (взятая) в банке.

p - количество процентов начисляемых на эту сумму.

За первый промежуток времени (год, месяц, день) к сумме прибавляется процент от суммы.

Процент от суммы вычисляется, как обычный проценты от числа.

$$a \times p / 100 \%$$

Число умножить на количество процентов и поделить на 100.

Число с начисленными процентами, равно сумме этого числа и процентов начисленных (взятых) от этого числа.

$$a + a \times p / 100 = a (1 + p / 100)$$

За второй промежуток времени (год, месяц, день) на полученное число опять начисляются проценты.

Найдём процент на эту сумму.

Число нужно умножить на количество процентов и поделить на 100.

$$a (1 + p / 100) \times p / 100$$

Найдём число с процентами, начисленными на полученное число с процентами, начисленными за предыдущий период.

К числу нужно прибавить проценты от этого числа.

$$a (1 + p / 100) + a (1 + p / 100) \times p / 100 = a ((1 + p / 100) + p / 100 \times (1 + p / 100)) =$$

Вынесем общий множитель за скобку.

$$a ((1 + p / 100) (1 + p / 100)) = a (1 + p / 100)^2$$

За третий промежуток времени (год, месяц, день) на полученное число опять начисляются проценты.

Найдём процент на это число (сумму).

Число умножим на количество процентов и поделим на 100.

$$a (1 + p / 100)^2 \times p / 100$$

Найдём число с процентами, ещё начисленными на полученное число, при начислении процентов в предыдущие промежутки времени.

Прибавим к числу процент от этого числа.

$$= a (1 + p / 100)^2 + a (1 + p / 100)^2 \times p / 100 =$$

Вынесем a за скобку.

$$= a ((1 + p / 100)^2 + (1 + p / 100)^2 p / 100) =$$

Вынесем общий множитель за скобку.

$$= a (1 + p / 100)^2 (1 + p / 100) = a (1 + p / 100)^3$$

Теперь можно заметить закономерность.

Степень за скобкой всё время увеличивается на единицу.

$$b_n = a (1 + p / 100)^n$$

Первоначальная сумма.

Сумма, которую мы получаем при начислении сложных процентов - это член геометрической прогрессии.

Выражение в скобках - это знаменатель геометрической прогрессии.

$$1 + p / 100 = q$$

n - номер члена геометрической прогрессии.

$$(1 + p / 100)$$

Это количество процентов, которое начисляются на первоначальную сумму.

Число, которое обозначается за знаменатель геометрической прогрессии.

Геометрическая прогрессия - это ряд чисел, который имеет свой порядковый номер n .

$$b_n = b_1 q^{n-1}$$

Это формула вычисления каждого члена геометрической прогрессии.

В нашем случае, каждый член геометрической прогрессии обозначает сумму с начисленными процентами.

За сколько равных промежутков времени (лет, месяцев, дней), сколько показывает номер члена этой прогрессии.

$$q = (1 + p / 100)$$

Обозначает количество процентов, которые мы каждый промежуток времени начисляем.

n - количество равных промежутков времени (лет, месяцев, дней).

Теперь найдём первый член геометрической прогрессии b_1 .

$$b_n = a (1 + p / 100)^n$$

Чтобы найти первый член геометрической прогрессии b_1 , нужно привести наше выражение к виду:

$$b_n = b_1 q^{n-1}$$

Для этого к n прибавим единицу и тут же вычтем её, чтобы ничего не изменилось.

$$b_n = a (1 + p / 100)^{n+1-1}$$

По формуле числа в степени суммы, получим.

$$b_n = a (1 + p / 100)^{n-1} (1 + p / 100)$$

$$b_n = a (1 + p / 100) (1 + p / 100)^{n-1}$$

Вот теперь мы привели формулу к стандартному виду. И в ней видно чему равен первый член b_1 .

$$b_1 = a (1 + p / 100)$$

$$q = (1 + p / 100)$$

Теперь можно вывести формулу суммы всех членов нашей геометрической прогрессии.

Формулу суммы, которая получится при сложении всех чисел (сумм), которые получились при начислении сложных процентов за каждый период времени.

Запишем формулы суммы геометрической прогрессии.

$$S_n = b_1 (1 - q^n) / (1 - q)$$

$$S_n = (b_n q - b_1) / (q - 1)$$

Подставим наши выражения в первую формулу.

$$S_n = (a (1 + p / 100) (1 - (1 + p / 100)^n)) / (1 - (1 + p / 100))$$

Упростим полученное выражение.

$$S_n = (a (1 + p / 100) (1 - (1 + p / 100)^n)) / (1 - 1 + p / 100)$$

$$S_n = (a (1 + p / 100) (1 - (1 + p / 100)^n)) / (p / 100)$$

$$S_n = 100 a (1 + p / 100) (1 - (1 + p / 100)^n) / p$$

$$S_n = a / p ((100 + p) (1 - (1 + p / 100)^n))$$

$$S_n = (100 a / p + a) (1 - (1 + p / 100)^n)$$

$$S_n = a ((1 + 100 / p) (1 - (1 + p / 100)^n))$$

Теперь запишем все формулы, которые мы вывели.

$$b_1 = a (1 + p / 100)$$

Это сумма с процентами, начисленными за первый период времени (первый год, месяц, день).

$$q = (1 + p / 100)$$

Это количество процентов, которые начисляются на сумму каждый период времени (год, месяц, день).

n - количество периодов времени (лет, месяцев, дней).

$$b_n = a (1 + p / 100)^n$$

Сумма, которая получилась в определённый период времени (год месяц день) за каждый период времени.

$$S_n = a \left((1 + \frac{p}{100})^n - 1 \right) / \frac{p}{100}$$

Сумма (число), которое получилось за n периодов времени (лет, месяцев, дней).

a - первоначальная сумма

p - процент начисления на сумму.

3)) Примеры решения задач на сложные проценты.

Пример.

Банк начислил по вкладам 4% годовых, от суммы вклада.

Вычислить сколько денег получит вкладчик через 5 лет, если он положил на счёт 10 000 руб.

Решение.

Через 5 лет вкладчик получит сумму и проценты, которые начислялись за 5 лет.

$$b_n = a \left(1 + \frac{p}{100} \right)^n$$

a - первоначальная сумма.

p - проценты, которые начисляются каждый год.

n - количество лет.

b_n - сумма с процентами, получившимися через 5 лет.

$$b_5 = 10\,000 \left(1 + \frac{4}{100} \right)^5 = 10\,000 (1 + 0,04) = 10\,000 \times 1,04 \approx 12\,166,529$$

То есть 12 166 руб. и 53 коп.

Конец ознакомительного фрагмента.

Текст предоставлен ООО «Литрес».

Прочитайте эту книгу целиком, [купив полную легальную версию](#) на Литрес.

Безопасно оплатить книгу можно банковской картой Visa, MasterCard, Maestro, со счета мобильного телефона, с платежного терминала, в салоне МТС или Связной, через PayPal, WebMoney, Яндекс.Деньги, QIWI Кошелек, бонусными картами или другим удобным Вам способом.