

Ирина Тузакова

Тригонометрия — это просто!

9 уроков к ЕГЭ



Ирина Тузакова
**Тригонометрия – это
просто! 9 уроков к ЕГЭ**

*http://www.litres.ru/pages/biblio_book/?art=65222491
ISBN 9785005378163*

Аннотация

Предлагаемое вниманию читателя пособие отражает авторский подход к объяснению материала важного раздела школьной математики – тригонометрии, содержит образцы решения задач из Открытого банка заданий ЕГЭ (ФИПИ). Адресовано учащимся 10—11 классов для подготовки к ЕГЭ по математике.

Содержание

Предисловие	5
Конец ознакомительного фрагмента.	8

**Тригонометрия –
это просто!
9 уроков к ЕГЭ**

Ирина Тузакова

© Ирина Тузакова, 2021

ISBN 978-5-0053-7816-3

Создано в интеллектуальной издательской системе Ridero

Предисловие

Это пособие мало похоже на учебник. Скорее, его можно назвать рабочей тетрадью, которая переводит «математический язык на русский». Работая по тетради, вы не найдете определений, в которых нужно долго разбираться, не обнаружите формул, которые придется нудно зубрить. Да, да, формулы учить не придется! Удивлены?

Вероятно, само слово «тригонометрия» до сих пор ввергает вас в ужас и уныние. И неудивительно, ведь формулы – это первое, что приходит в голову. Уже видели такую картинку?

Тригонометрические формулы

Основные тождества:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \quad \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \quad 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

Формулы сложения:

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta \pm \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \mp \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

$$\operatorname{ctg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta \pm 1}{\operatorname{ctg} \beta \mp \operatorname{ctg} \alpha}$$

Формулы кратных углов:

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \quad \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

$$\operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}{2 \operatorname{ctg} \alpha}$$

$$\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha \quad \cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha$$

$$\operatorname{tg} 3\alpha = \frac{3 \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg}^3 \alpha}{1 - 3 \operatorname{tg}^2 \alpha} \quad \operatorname{ctg} 3\alpha = \frac{\operatorname{ctg}^3 \alpha - 3 \operatorname{ctg} \alpha}{3 \operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{1 - 3 \operatorname{tg}^2 \alpha} \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\operatorname{ctg}^3 \alpha - 3 \operatorname{ctg} \alpha}{3 \operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}$$

Формулы половинных углов:

$$2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} = 1 - \cos \alpha \quad 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} = 1 + \cos \alpha$$

$$1 \pm \sin \alpha = \left(\frac{\sin \frac{\alpha}{2} \pm \cos \frac{\alpha}{2}}{2} \right)^2 \quad \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}$$

$$\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

ТРИГОНОМЕТРИЯ

При использовании формул, содержащих tg и ctg , необходимо учитывать О.Д.З. левой и правой частей формул.

Формулы суммы:

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha \pm \operatorname{ctg} \beta = \frac{\sin(\beta \pm \alpha)}{\sin \alpha \sin \beta}$$

$$\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{ctg} \beta = \frac{\pm \cos(\alpha \mp \beta)}{\cos \alpha \sin \beta}$$

Формулы произведения:

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$$

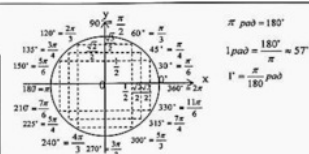
$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta))$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} (\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta))$$

Выражение функций через $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$

$$\sin \alpha = \frac{2 \operatorname{tg}(\frac{\alpha}{2})}{1 + \operatorname{tg}^2(\frac{\alpha}{2})} \quad \cos \alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2(\frac{\alpha}{2})}{1 + \operatorname{tg}^2(\frac{\alpha}{2})}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2 \operatorname{tg}(\frac{\alpha}{2})}{1 - \operatorname{tg}^2(\frac{\alpha}{2})}$$



Обратные тригонометрические функции:

$$\sin(\arcsin a) = a, \quad a \in [-1; 1] \quad \cos(\arccos a) = a, \quad a \in [-1; 1]$$

$$\arcsin(\sin a) = a, \quad a \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right] \quad \arccos(\cos a) = a, \quad a \in [0; \pi]$$

$$\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} a) = a, \quad a \in \mathbb{R} \quad \operatorname{ctg}(\operatorname{arctg} a) = a, \quad a \in \mathbb{R}$$

$$\operatorname{arctg}(\operatorname{ctg} a) = a, \quad a \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right) \quad \operatorname{arctg}(\operatorname{ctg} a) = a, \quad a \in (0; \pi)$$

Четность тригонометрических и обратнотригонометрических функций:

$$1. \text{ четная: } \cos(-x) = \cos x, \quad f(-x) = f(x)$$

$$2. \text{ общего вида: } \operatorname{arctg} \cos(-x) = \pi - \operatorname{arctg} \cos x$$

$$\operatorname{arctg}(\operatorname{ctg}(-x)) = \pi - \operatorname{arctg} \operatorname{ctg} x$$

$$3. \text{ нечетные: остальные, } f(-x) = -f(x)$$

Рейтинг углов.

$$1. \text{ табличные: } 30, 45, 180, 120, 210, 330, \dots (\text{ф-лы приведения})$$

$$2. \text{ через } 15: 15 \approx 45 - 30, 105 \approx 60 + 45, \dots (\text{формулы сложения})$$

$$3. \text{ одинаковые: } 17, \alpha, \dots (\text{основные тождества})$$

$$4. \text{ кратные: } 17, 34; 2\alpha, \alpha, \frac{\alpha}{2}, \dots (\text{кратных и половинных углов})$$

$$5. \text{ сумма или разность табличная: } 127 + 53 = 180, 93 - 3 = 90, 2 + 58 = 60, 35 - 5 = 30 (\text{формулы приведения, суммы, произведения, сложения})$$

$$6. \text{ критические: } \alpha \text{ и } \beta; 5 \text{ и } Z (\text{формулы суммы, произведения, сложения})$$

«Это выучить невозможно!» – думаете вы. Я тоже когда-то так думала. Однако решающий момент – точка невозврата – наступил: мне предстояло объяснить эту тему 10-классникам. На глаза попало пособие 1983 года выпуска «Тригонометрические функции» В. С. Крамора и П. А. Михайлова. Я его тщательно изучила. Стало понятно, откуда взялась каждая формула, и теперь я могла объяснить основы даже третьекласснику.

За годы работы у меня сложилась авторская методика обучения. Все мои ученики умеют решать задания по тригонометрии из ЕГЭ. А теперь и вы – мой ученик, а значит, и у вас получится. Для этого изучайте последовательно (важно!) ВСЕ уроки, выполняйте ВСЕ задания для отработки на-

выков, и уже очень скоро слово «тригонометрия» будет вызывать у вас улыбку, а ваши успехи удивят одноклассников и учителей! Дерзайте! Позвольте себе оценить красоту еще одного важнейшего раздела математики!

Конец ознакомительного фрагмента.

Текст предоставлен ООО «ЛитРес».

Прочитайте эту книгу целиком, [купив полную легальную версию](#) на ЛитРес.

Безопасно оплатить книгу можно банковской картой Visa, MasterCard, Maestro, со счета мобильного телефона, с платежного терминала, в салоне МТС или Связной, через PayPal, WebMoney, Яндекс.Деньги, QIWI Кошелек, бонусными картами или другим удобным Вам способом.