

Ирина Тузакова

---

# *Тригонометрия — это просто!*

---

9 уроков к ЕГЭ



Ирина Тузакова

**Тригонометрия – это  
просто! 9 уроков к ЕГЭ**

«Издательские решения»

**Тузакова И.**

Тригонометрия – это просто! 9 уроков к ЕГЭ / И. Тузакова —  
«Издательские решения»,

ISBN 978-5-00-537816-3

Предлагаемое вниманию читателя пособие отражает авторский подход к объяснению материала важного раздела школьной математики — тригонометрии, содержит образцы решения задач из Открытого банка заданий ЕГЭ (ФИПИ). Адресовано учащимся 10—11 классов для подготовки к ЕГЭ по математике.

ISBN 978-5-00-537816-3

© Тузакова И.  
© Издательские решения

# Содержание

Предисловие	6
Конец ознакомительного фрагмента.	7

# **Тригонометрия – это просто!**

## **9 уроков к ЕГЭ**

**Ирина Тузакова**

© Ирина Тузакова, 2021

ISBN 978-5-0053-7816-3

Создано в интеллектуальной издательской системе Ridero

## Предисловие

Это пособие мало похоже на учебник. Скорее, его можно назвать рабочей тетрадью, которая переводит «математический язык на русский». Работая по тетради, вы не найдете определений, в которых нужно долго разбираться, не обнаружите формул, которые придется нудно зубрить. Да, да, формулы учить не придется! Удивлены?

Вероятно, само слово «тригонометрия» до сих пор ввергает вас в ужас и уныние. И неудивительно, ведь формулы – это первое, что приходит в голову. Уже видели такую картинку?

<p><b>Тригонометрические формулы</b></p> <p><b>Основные тождества:</b>  <math>\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1</math>    <math>\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1</math>  <math>\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}</math>    <math>\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}</math>  <math>1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}</math>    <math>1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}</math></p> <p><b>Формулы сложения:</b>  <math>\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta \pm \cos \alpha \cdot \sin \beta</math>  <math>\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \mp \sin \alpha \cdot \sin \beta</math>  <math>\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}</math>  <math>\operatorname{ctg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta \mp 1}{\operatorname{ctg} \beta \pm \operatorname{ctg} \alpha}</math></p> <p><b>Формулы кратных углов:</b>  <math>\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha</math>    <math>\sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha</math>  <math>\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha</math>  <math>\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha</math>    <math>\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1</math>  <math>\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \cdot \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}</math>    <math>\operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}{2 \cdot \operatorname{ctg} \alpha}</math>  <math>\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha</math>    <math>\cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha</math>  <math>\operatorname{tg} 3\alpha = \frac{3 \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg}^3 \alpha}{1 - 3 \operatorname{tg}^2 \alpha}</math>    <math>\operatorname{ctg} 3\alpha = \frac{\operatorname{ctg}^3 \alpha - 3 \operatorname{ctg} \alpha}{3 \operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}</math></p> <p><b>Формулы половинных углов:</b>  <math>2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} = 1 - \cos \alpha</math>    <math>2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} = 1 + \cos \alpha</math>  <math>1 \pm \sin \alpha = \left( \sin \frac{\alpha}{2} \pm \cos \frac{\alpha}{2} \right)^2</math>    <math>\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}</math>  <math>\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}</math></p>	<p><b>ТРИГОНОМЕТРИЯ</b></p> <p>При использовании формул, содержащих <math>\operatorname{tg}</math> и <math>\operatorname{ctg}</math>, необходимо учитывать О.Д.З. левой и правой частей формул.</p> <p><b>Формулы суммы:</b>  <math>\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}</math>  <math>\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}</math>  <math>\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}</math>  <math>\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}</math>  <math>\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}</math>  <math>\operatorname{ctg} \alpha \pm \operatorname{ctg} \beta = \frac{\sin(\beta \pm \alpha)}{\sin \alpha \sin \beta}</math>  <math>\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{ctg} \beta = \frac{\pm \cos(\alpha \mp \beta)}{\cos \alpha \sin \beta}</math></p> <p><b>Формулы произведения:</b>  <math>\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))</math>  <math>\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta))</math>  <math>\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} (\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta))</math></p> <p><b>Выражение функций через <math>\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}</math></b>  <math>\sin \alpha = \frac{2 \operatorname{tg}(\frac{\alpha}{2})}{1 + \operatorname{tg}^2(\frac{\alpha}{2})}</math>    <math>\cos \alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2(\frac{\alpha}{2})}{1 + \operatorname{tg}^2(\frac{\alpha}{2})}</math>  <math>\operatorname{tg} \alpha = \frac{2 \operatorname{tg}(\frac{\alpha}{2})}{1 - \operatorname{tg}^2(\frac{\alpha}{2})}</math></p>	 <p><math>\pi \text{ рад} = 180^\circ</math>  <math>1 \text{ рад} = \frac{180^\circ}{\pi} \approx 57'</math>  <math>1' = \frac{\pi}{180} \text{ рад}</math></p> <p><b>Обратные тригонометрические функции:</b>  <math>\sin(\arcsin a) = a, a \in [-1; 1]</math>    <math>\cos(\arccos a) = a, a \in [-1; 1]</math>  <math>\arcsin(\sin a) = a, a \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]</math>    <math>\arccos(\cos a) = a, a \in [0; \pi]</math>  <math>\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} a) = a, a \in \mathbb{R}</math>    <math>\operatorname{ctg}(\operatorname{arctg} a) = a, a \in \mathbb{R}</math>  <math>\operatorname{arctg}(\operatorname{tg} a) = a, a \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)</math>    <math>\operatorname{arccctg}(\operatorname{ctg} a) = a, a \in (0; \pi)</math></p> <p><b>Четность тригонометрических и обратнотригонометрических функций:</b>  1. четная: <math>\cos(-x) = \cos x, f(-x) = f(x)</math>  2. общего вида: <math>\arccos(-x) = \pi - \arccos x</math>  <math>\operatorname{arccctg}(-x) = \pi - \operatorname{arccctg} x</math>  3. нечетные: остальные, <math>f(-x) = -f(x)</math></p> <p><b>Рейтинг углов.</b>  1. табличные: 30, 45, 180, 120, 210, 330... (ф-лы приведения)  2. через 15: 15, 45, 30, 105, 60, 45... (формулы сложения)  3. одинаковые: 17, а... (основные тождества)  4. кратные: 17, 34; 2а, а, <math>\frac{\alpha}{2}</math>... (кратных и половинных углов)  5. сумма или разность табличная: 127 + 53 = 180, 93 - 3 = 90, 2 + 58 = 60, 35 - 5 = 30 (формулы приведения, суммы, произведения, сложения)  6. произвольные: а и β; 5 и 2 (формулы суммы, произведения, сложения)</p>
--	---	---

«Это выучить невозможно!» – думаете вы. Я тоже когда-то так думала. Однако решающий момент – точка невозврата – наступил: мне предстояло объяснить эту тему 10-классникам. На глаза попалось пособие 1983 года выпуска «Тригонометрические функции» В. С. Крамора и П. А. Михайлова. Я его тщательно изучила. Стало понятно, откуда взялась каждая формула, и теперь я могла объяснить основы даже третьекласснику.

За годы работы у меня сложилась авторская методика обучения. Все мои ученики умеют решать задания по тригонометрии из ЕГЭ. А теперь и вы – мой ученик, а значит, и у вас получится. Для этого изучайте последовательно (важно!) ВСЕ уроки, выполняйте ВСЕ задания для отработки навыков, и уже очень скоро слово «тригонометрия» будет вызывать у вас улыбку, а ваши успехи удивят одноклассников и учителей! Дерзайте! Позвольте себе оценить красоту еще одного важнейшего раздела математики!

## **Конец ознакомительного фрагмента.**

Текст предоставлен ООО «ЛитРес».

Прочитайте эту книгу целиком, [купив полную легальную версию](#) на ЛитРес.

Безопасно оплатить книгу можно банковской картой Visa, MasterCard, Maestro, со счета мобильного телефона, с платежного терминала, в салоне МТС или Связной, через PayPal, WebMoney, Яндекс.Деньги, QIWI Кошелек, бонусными картами или другим удобным Вам способом.