

М.Фартушняк

РЕПЕТИТОР
ПО
МАТЕМАТИКЕ

Арифметика



М. Л. Фартушняк

**Репетитор по математике.
Арифметика**

«Издательские решения»

М. Л. Фартушняк

Репетитор по математике. Арифметика / М. Л. Фартушняк —
«Издательские решения»,

ISBN 978-5-00-533834-1

В книге в простой и удобной форме рассказывается о решении арифметических задач с подробными пояснениями. Отличительной особенностью является наличие небольшого теоретического материала, тестовых заданий и задач для самостоятельного решения. Предназначена для школьников, учителей и тех, кто желает повысить свою математическую грамотность. Может быть полезна выпускникам школ и абитуриентам.

ISBN 978-5-00-533834-1

© М. Л. Фартушняк
© Издательские решения

Содержание

Введение или как работать с этой книгой	6
Арифметика	9
Тема 1	10
Числа, цифры, арифметические действия, порядок действий, скобки	11
Тестовые задания к теме 1	14
Тест 1	14
Тест 2	17
Задачи для самостоятельного решения	18
Тема 2	20
Арифметические законы, простые и составные числа, признаки делимости, разложение на простые множители, наименьшее общее кратное, наибольший общий делитель	21
Конец ознакомительного фрагмента.	23

Репетитор по математике. Арифметика

М. Л. Фартушняк

Дизайнер обложки М. Л. Фартушняк

© М. Л. Фартушняк, 2021

© М. Л. Фартушняк, дизайн обложки, 2021

ISBN 978-5-0053-3834-1

Создано в интеллектуальной издательской системе Ridero

Введение или как работать с этой книгой

1. Почему репетитор? Название возникло сразу. Не потому, что подобных названий почти нет. Судите сами, это ведь не учебник, где весь учебный материал подаётся от более простого к сложному. В учебнике существует тенденция перескакивания с одной темы на другую, а потом возвращение к уже более сложными заданиям. В репетиторе такого нет. Если вы начали изучать какую-то тему, то изучаете её от начала и до конца. Кроме этого, в репетиторе теоретический материал подан в самом необходимом минимальном объёме без каких-либо доказательств и выведения формул. Это также и не справочник, где существует множество формул, определений, таблиц, где много теоретического материала, но почти нет практического применения теоретических знаний. Цель же репетитора – обучение практическим навыкам решения разнообразных математических задач. Наиболее похож репетитор на практикум, там тоже большое внимание уделяется практическим занятиям, но в отличие от практикума, где почти нет теоретического материала, в репетиторе он присутствует. Кроме этого, в данном учебном пособии есть тестовые задания, которые, как правило, отсутствуют в учебниках, справочниках, практикумах.

2. Кому прежде всего будет полезна эта книга? Репетитор ориентирован на основные задания, которые могут встретиться на экзаменах по математике. Поэтому данное пособие прежде всего станет незаменимым помощником именно для учащихся средней школы. Она также может быть применима и учителями, и выпускниками средних школ, и даже абитуриентами, а так же тем, кто хочет повысить свою математическую грамотность и научиться решать типовые математические задачи. Автор отдаёт себе отчёт в том, что никакое учебное пособие не заменит реального живого репетитора, который сможет подкорректировать и направить свои усилия на те разделы математики, в которых ученик разбирается не совсем хорошо. Увы, книга лишена такой возможности. Она может служить только дополнением к занятиям с реальным репетитором. Однако репетитор стоит немалых денег и не у всех есть возможность его нанять. Поэтому данное учебное пособие является хоть и неполной, но альтернативой. Ещё будучи учителем в школе, автор обратил внимание, что овладеть основными математическими навыками может практически любой человек. Есть только небольшой процент людей, которые не могут этого сделать по разным объективным причинам. Остальные не знают математику и не умеют решать математические задачи потому что, или не хотят, или не хватает времени, или просто в жизни это может не пригодиться, или лень заниматься каждый день. Таким людям я не рекомендую открывать репетитор. Вы не добьётесь желаемого результата и будете винить во всем автора. А для тех, кто решил серьёзно заняться изучением математики – добро пожаловать на страницы этого пособия. Если хотя бы половине этих людей репетитор поможет, автор будет считать, что его труд не был напрасным.

3. Чем же репетитор отличается от других учебных пособий? Прежде всего простотой подачи материала. Автор общается с обучаемым и указывает на характерные ошибки, которые могут встретиться при решении задач. В репетиторе показано решение типовых задач, а также задач повышенной трудности. Каждая задача или пример решается досконально с пояснениями, что позволяет усвоить базовые навыки даже людям, которые считали, что математика не для них.

4. О структуре данной книги. Вся книга поделена на темы. В каждой теме есть необходимый минимум теоретического материала, примеры решения задач. В конце каждого раздела даются два тестовых задания и задачи для самостоятельного решения.

Поговорим отдельно о каждой из этих составляющих.

Теоретический материал. Как было уже сказано ранее, это тот необходимый минимум, без которого невозможно обойтись при решении заданий. Если формула выведена крупным

шрифтом – её необходимо запомнить. То же самое касается формулировок и прочих элементов теории. Таких обязательных элементов для запоминания в книге немного. Обучение построено по американской системе, где от учащегося не требуется зазубривание теоретического материала, а предпочтение отдаётся только навыкам его применения на практике. Поэтому, при самостоятельном решении задач автор разрешает пользоваться формулами. Запоминание формул произойдёт автоматически при практическом их применении. В конце книги собран и изложен в кратком виде весь теоретический материал. Им вы можете пользоваться при решении задач. Это не значит, что теоретический материал можно совсем не изучать или изучить бегло. Как я уже сказал, в конце каждой темы есть тестовые задания и без базовых знаний теоретического материала, вы вряд ли сможете их пройти.

Примеры решения задач. В репетиторе рассмотрены решения как базовых типовых задач, так и задач повышенной сложности. Все задания взяты из разных источников: учебных пособий, экзаменационных работ и т. д. Автор уважает авторские права других, поэтому в конце книги дан список использованной литературы. Как было сказано выше, все примеры решения задач приведены с подробными пояснениями.

Тестовые задания. К каждой теме предложено два тестовых задания. Каждое тестовое задание включает 32 вопроса с четырьмя вариантами ответов, один из которых является правильным. Оценивание тестовых заданий производится по 12-ти бальной системе. Чтобы не путаться, привожу перевод 12-ти бальной системы в пятибальную.

12 баллов – оценка 5+

11 баллов – 5

10 баллов – 5-

9 баллов – 4+

8 баллов – 4

7 баллов – 4-

6 баллов – 3+

5 баллов – 3

4 балла – 3-

3 балла – 2+

2 балла – 2

1 балл – 2 —

Я надеюсь, что последние шесть строчек вам не понадобятся при оценивании тестовых заданий. Только все должно быть по честному. Помните, если вы будете не объективны, то в первую очередь обманите сами себя.

Теперь, как оценивать тестовые задания. За каждое правильное тестовое задание начисляется 1 балл.

Если вы набрали 31—32 балла, то это 12 баллов по 12-ти бальной системе оценивания.

29 —30 – 11 баллов

27 – 28 – 10 баллов

25 – 26 – 9 баллов

23 – 24 – 8 баллов

21 – 22 – 7 баллов

19 – 20 – 6 баллов

17 – 18 – 5 баллов

15 – 16 – 4 балла

Если вы набрали меньше 15 баллов, то вам следует вернуться к изучению теоретического материала, а потом пройти тест заново.

Продолжительность тестирования – 45 минут. Выделите для тестирования отдельный день. Берите чистый лист бумаги и вперёд. Тесты это не только интересно, но и познавательно.

Желательно пройти все предложенные тесты (но не в один день), в конце книги имеются ответы на тестовые задания для проверки. Не стоит в них заглядывать раньше времени.

Задачи для самостоятельного решения. Автор сознательно не выделял какими-то знаками задания повышенной сложности и считает, что такое приёму способствует более спокойному решению задач без излишнего волнения и стресса. В процессе решения вы сами сможете понять, сложна для вас данная задача или нет. Притом сложность задачи – это субъективная оценка. Некоторые с лёгкостью могут решать подобные задачи, а вот более простые в нашем понимании могут вызвать затруднение. Если вы поняли, что можете приступить к решению задач, то не медлите. Каких-то ограничений по количеству решаемых задач в день нет. Когда поняли, что устали, то занятие можно прекратить, но хотя бы 30 – 40 минут в день вы должны уделять решению задач. Это не обязательно делать изо дня в день. Через какое-то время можно сделать себе 1- 2-х дневный перерыв. Но с отдыхом не затягивайте. Почувствовав, что немного отдохнули и есть свободное время, приступайте снова к решению задач. Автор рекомендует решить все задачи, которые есть в разделе для самостоятельного решения. Решив какую-то задачу, загляните в раздел ответы и, убедившись, что вы все решили правильно, продолжайте дальше. Если ваш ответ не совпадает с ответом в конце книги, рекомендуется ещё раз пройти по своему решению и выявить ошибки. Если вы их не обнаружили, то загляните в раздел «Указания к решению задач». Он находится после раздела ответов. Прочитав указания к решению задач (они есть ко всем задачам), снова приступайте к решению сложной для вас задачи. К задачам для самостоятельного решения есть полные и подробные решения, которые находятся в соответствующем разделе. Но это последний раздел, в который вам следует заглянуть. Это в том случае, когда задача не решается без посторонней помощи. Не злоупотребляйте этим разделом, иначе вы так никогда и не научитесь решать математические задачи. Постарайтесь ограничиться только разделом «Указания к решению задач». Этого бывает достаточно, чтобы понять свою проблему и попытаться её искоренить.

В конце книги, как я уже сказал, находится справочный раздел, ответы к тестовым заданиям, ответы к задачам для самостоятельного решения, указания к решению задач, решение задач. Кроме этого, там же находится список использованной литературы. Структура книги максимально удобна для использования.

Кроме этого, в конце книги будет предложена итоговая контрольная работа из 8 заданий (2 варианта). Выбирайте любой вариант и приступайте к решению. Время решения контрольной работы полтора часа. Только когда решены все задания контрольной работы, можно заглянуть в ответы и оценить свои знания. Если из 8 заданий вы решили полностью правильно 5-6, то можете себя поздравить. Вы не зря потратили время, работая с этой книгой. Пользоваться справочными материалами при решении контрольной работы не рекомендуется, как и другими учебниками и учебными пособиями. Разрешается использовать только калькулятор.

Автор будет благодарен за любые замечания и обнаруженные неточности и ошибки при написании этого пособия. А также будет рад любому мнению и практическим советам от учителей и преподавателей математики по улучшению данной книги.

Примечание: некоторые понятия, изложенные в этом пособии (например,

бесконечная периодическая дробь, среднее геометрическое и др.) не относятся к разделу «Арифметика», но они введены здесь для целостности восприятия.

Арифметика

Арифметика – базовая дисциплина для овладения более сложной составляющей математики – алгебры. Без навыков решения арифметических задач невозможно выучить алгебру и геометрию. Это нижний фундамент и основа грандиозного сооружения под названием математика. Очень часто на экзаменах по математике учащиеся делают именно арифметические ошибки, которые в итоге снижают им общий балл. Обидно? Конечно. А всё из-за того, что некоторые игнорируют учебный материал, изучаемый в пятом-шестом классе средней школы и считают его чем-то несерьёзным и ненужным. Это заблуждение.

Понятно, что для многих содержимое этой книги известно, но для целостности восприятия я всё-таки рекомендую вам ознакомиться с предложенными темами, решить типовые задачи и ответить на тестовые задания. Это совсем несложно и поэтому на него вы потратите минимум времени, но зато, поверьте мне, в дальнейшем вам будет намного проще осваивать более сложный материал. Итак, вперёд, друзья мои! Время не ждёт.

Тема 1

Числа, цифры, арифметические действия, порядок действий, скобки

Само название «арифметика» происходит от греческого слова означающего «число». Само число – это простейшее понятие, его можно пояснить лишь предметным образом. По мере развития человечества возникла необходимость счета людей, животных, предметов домашнего обихода и прочих вещей. Так возникла количественная оценка предметов. Многие задают вопрос, чем же число отличается от цифры? Цифра – это письменный знак, изображающий число. Сейчас, в основном, мы пользуемся арабской системой записи чисел. И совсем не задумываясь, написав цифру 2, мы отлично понимаем, что это цифра больше, чем цифра 1 и меньше, чем цифра 3. Арабская система исчисления – десятичная. Это означает, что названия всех чисел образованы из названий чисел первого десятка и чисел 10, 100, 1000.

Например, 17 (семнадцать – семь на (сверху) десять), 50 (пятьдесят – пять десятков), 400 (четыреста – четыре сотни). Особняком стоит 90 (девяносто), образованное по другому принципу (девять до ста) и число 40 (сорок) – единственное исключение.

У разных народов были разные системы нумерации. До наших дней дошла ещё римская нумерация чисел. Но она очень неудобна при операциях сложения, умножения и так далее, поэтому в математике не используется. Для желающих познакомиться более детально с римской нумерацией чисел, добро пожаловать в дополнительный раздел. Но мы не будем сейчас на этом останавливаться. Следует заметить, не все числа, которыми мы сейчас пользуемся, возникли одновременно. Первыми числами, которыми пользовался человек, были натуральные числа, обозначаемые буквой N . Именно, они возникли первыми при счёте предметов. Натуральные числа начинаются с единицы и продолжаются до бесконечности. Примеры таких чисел довольно просты: на улице 18 домов, в коробке 12 карандашей, в библиотеке 5432 экземпляра книг, в городе проживает 252 196 жителей. Далее возникла необходимость ввести число 0, ведь при вычитании одинаковых натуральных чисел получалось «ничто», не имеющее материального обоснования. Перед тем как появилась необходимость введения отрицательных чисел для обозначения этого «ничего» ввели число 0. По мере дальнейшего совершенствования человеческих отношений, развития науки и техники возникла необходимость в отрицательных числах. Натуральные числа, противоположные к ним и 0 составили множество целых чисел Z . Потом возникли дробные числа. О дробных числах мы поговорим подробнее в соответствующей теме. Целые и дробные числа составляют множество рациональных чисел Q . Если к множеству рациональных чисел добавить иррациональные числа, мы получим множество действительных чисел R . Для наглядности составлена такая таблица. (табл.1)

Для удобства чтения и запоминания больших чисел их разбивают на классы. Справа отделяют три цифры (первый класс), потом ещё три цифры (второй класс) и т. д. Между собой классы отделяются небольшим пробелом. Первый класс даёт число единиц, второй – число тысяч, третий – миллионов. Каждая из цифр класса наз. его разрядом, счёт разрядов также идёт справа. Числа в первом классе справа налево: единицы, десятки, сотни, во втором классе соответственно: тысячи, десятки тысяч, сотни тысяч. В третьем классе: миллионы, десятки миллионов, сотни миллионов. Единица четвёртого класса называется миллиардом, пятого триллионом. Существует единица и для 6, 7, 8 и т. д. классов, но мы их рассматривать не будем. А теперь поупражняемся.

Таблица 1

Числовое множество и его обозначение	Определение	Примеры чисел	Что нельзя сделать	Какие новые числа добавляются	Полученное новое числовое множество
Натуральные числа, N	Употребляются при счёте предметов	1, 2, 3...	Вычитание равных чисел	0	Целые неотрицательные числа, N ₀
Целые неотрицательные числа, N ₀	Натуральные и ноль	0, 1, 2, 3...	Вычитание большего числа из меньшего	Целые отрицательные числа (-1, -2, -3)	Целые числа Z
Целые числа Z	Натуральные, противоположные к ним и ноль	-1, -2, -3... 0, 1, 2, 3...	Не всегда возможно выполнить деление	Дробные числа (2/3, 0.3...)	Рациональные числа Q
Рациональные числа Q	Представимые в виде a/b, где a – целое, b – натуральное.	0, 1, 2/3, 0.3, -3/7	Извлечь корень из любого положительного числа	Иррациональные числа (√2, √3, √7...)	Действительные числа R

35 461 298 читается так: 35 миллионов 461 тысяча 298.

Не следует бояться больших чисел, число 12 021 306 200 025 имеет 5 классов, поэтому читается таким образом: 12 триллионов 21 миллиард 306 миллионов 200 тысяч 25.

Теперь перейдём непосредственно к арифметическим действиям. Мы не будем давать здесь определений арифметических действий, они известны всем. Итак, арифметические действия – это сложение, вычитание, умножение и деление, а также возведение в степень и извлечение корня. Степени и корни изучаются в курсе алгебры и мы их рассматривать не будем. Здесь приведём примеры основных арифметических действий:

Сложение.

$8 + 5 = 13$. Здесь 8 и 5 – слагаемые, 13 – сумма.

Вычитание.

$15 - 8 = 7$. Здесь 15 – уменьшаемое, 8 – вычитаемое, 7 – разность.

Умножение.

$6 \times 5 = 30$. Здесь 6 – множимое, 5 – множитель, 30 – произведение.

Деление.

$30 \div 6 = 5$. Здесь 30 – делимое, 6 – делитель, 5 – частное.

Эти термины нам понадобятся в дальнейшем.

Важнейшим понятием арифметики есть порядок действий. При вычислениях им нельзя игнорировать. Поэтому $4 - 2 + 1$ будет равно трём если проводить действия в порядке их записи. Если же сначала сложить $2 + 1$ и вычесть полученную сумму из 4, то получим совсем другой ответ, который равен единице. Чтобы указать в каком порядке нужно выполнять действия используются скобки. Действие, заключённое в скобки, выполняется раньше других. Таким образом, порядок действий при вычислениях:

1. Сначала выполняются действия, заключённые в скобки. Умножение и деление делается в порядке их следования, но раньше, чем сложение и вычитание.

2. Затем выполняются оставшиеся действия, причём опять умножение и деление делается в порядке их следования, но раньше сложения и вычитания.

Рассмотрим пару примеров: $(2+4) \times 5$.

Сначала вычисляем действие в скобках $2+4 = 6$, далее следует умножение на 5:
 $6 \times 5 = 30$.

Это простой пример. Рассмотрим более сложный:

$$9+16:4-2 \times (16-2 \times 7+4) +6 \times (2+5)$$

Сначала выполняем действия в скобках, не забывая о том, что умножение и деление идёт впереди сложения и вычитания.

Первая скобка: $2 \times 7 = 14$, $16 - 14 = 2$, $2 + 4 = 6$.

Вторая скобка: $2 + 5 = 7$.

Наш пример примет вид: $9 + 16:4 - 2 \times 6 + 6 \times 7$. Теперь выполняем операции умножения и деления в порядке их следования:

$$16:4 = 4, 2 \times 6 = 12, 6 \times 7 = 42.$$

И окончательно, выполняем операции сложения и вычитания в порядке их следования. Имеем $9 + 4 - 12 + 42 = 43$.

Иногда приходится заключать скобки в скобки, поэтому пользуются ещё и квадратными скобками.

Порядок действий: сначала выполняются в круглых скобках, потом в квадратных, а потом все остальные действия. Например,

$$5+2 \times [14-3 \times (8-6)] +32: (10-2 \times 3)$$

Выполняем действия в круглых скобках, имеем:

$$8 - 6 = 2, 10 - 2 \times 3 = 10 - 6 = 4$$

Действия в квадратных скобках дают: $14 - 3 \times 2 = 8$

Выполняя оставшиеся действия, имеем:

$$5 + 2 \times 8 + 32: 4 = 5 + 16 + 8 = 29.$$

А теперь немного отвлечёмся. Сейчас в соц. сетях некоторые пользователи придумывает такое развлечение, они выкладывают простой арифметический пример и просят других пользователей дать правильный ответ. Вот, например,

$$10:2(4-2).$$

Наиболее часто встречающиеся ответы 10 и 2.5. Вы уже немного продвинулись в арифметике и поэтому для вас не составит труда дать правильный ответ. Это число 10. 70# пользователей дают правильный ответ на эту арифметическую задачу. И это, я считаю, неплохо. А теперь на этом примере рассмотрим характерные ошибки, которые делают остальные 30#.

Наиболее существенная ошибка. Простой арифметический пример пытаются решить алгебраическими методами, в частности раскрывая скобки (об этом методе поговорим в дальнейшем), тем самым нарушая порядок действий. Сразу замечу, алгебра и арифметика – это две разные дисциплины. В арифметике, в отличие от алгебры, основная функция скобки – обозначение приоритета очередности действий. Каких только определений не придумывается для этого ошибочного решения: коэффициент скобки, действия на скобку и т. д. Если вы таким образом решите данный пример, то получите 2.5. Внимание: неправильное решение.

$$10: (2 \times 4 - 2 \times 2) = 10: (8 - 4) = 10:4 = 2.5$$

Другие пользователи помнят, что сначала выполняется действие в скобках, но потом делает характерную ошибку: они умножают двойку на то, что получилось в скобках, а потом уже выполняют деление. Запомните, никакого приоритета умножение перед делением не имеет, поэтому все оставшиеся действия делаются слева направо в порядке их написания. Если вы сделаете ошибку такого рода получите снова 2.5. Внимание: неправильное решение.

$$10:2 \times 2 = 10:4 = 2.5.$$

Я не представляю, какие дебаты могли возникнуть, если был бы выложен более сложный арифметический пример. Часть тех, что делают ошибку утверждают, что их так учили и 30—50 лет назад этот пример решался именно так. Замечу, что арифметика – древняя наука

и те правила, которые сложились ещё много веков назад действуют и по сей день. Интересно, что те, кто правильно решает данный пример не настолько агрессивны, как те, кто решают его неправильно. В чём природа такого явления нужно спросить у психологов. Ещё одно ошибочное утверждение, некоторые доказывают, что правильных ответов может быть два и более. Это заблуждение, арифметика – точная наука и у любого задания есть единственно верный ответ (в отличие, кстати, от алгебры).

О единственно верном ответе есть отличный видеоролик, снятый американскими кинематографистами. Впрочем, смысл этого ролика немного в другом, я попытаюсь пересказать его содержание, но рекомендую вам самим посмотреть его. Достаточно в поисковой строке набрать $2+2=22$ или название ролика «Альтернативная математика». В начале учительница пытается объяснить мальчику, что два плюс два равняется четырём, а не 22, как тот написал в тесте. Беседа с ребёнком ничего не даёт и тогда учительница приглашает родителей мальчика. Родители в недоумении и заявляют, что учитель не имеет права навязывать школьнику своё мнение, если ребёнок считает что два плюс два равняется 22, значит нужно согласиться с его мнением. Дальше история становится ещё абсурдней. Директор школы настаивает на том, чтобы учительница извинилась перед родителями, т.к своим поведением она мешает школьникам мыслить самостоятельно и навязывает свои догмы. Дальше – больше, перед образовательным учреждением ученики выходят с плакатами на площадь, а учительницу вызывают на комиссию с требованием признать, что существует несколько правильных ответов. Учительница возражает: «Есть только один правильный ответ». В конце-концов учительница отстаивает свою точку зрения. Директор вызывает учительницу и перед журналистами и телевизионщиками говорит: « Нам придётся вас уволить, вы получите 4000. 2.000 за прошлый месяц и 2.000 за текущий. И тут учительница иронично замечает: « Не верно, это 22000». На этом ролик заканчивается. На самом деле он не о том что, математика – точная наука, здесь больше критика в сторону толерантного образования США. На самом деле создатели ролика немного ошиблись, т.к $2000 + 2000 = 2\ 000\ 2\ 000$, т.е 20 миллионов 2 тысячи, если считать по правилам альтернативной математики.

Мы пользуемся десятичной системой исчисления, это связано, скорее всего, с тем, что у нас на руках 10 пальцев. В компьютерных системах применяется двоичная система исчисления, а также восьмеричная и шестнадцатеричная. Кроме этого может существовать пятеричная, двенадцатеричная и какие угодно другие системы исчисления. Запись одного и того же числа в разных системах исчисления будет иной, чем в привычной нам десятичной системе. Кому это интересно, добро пожаловать в дополнительный раздел.

Тестовые задания к теме 1

Тест 1

1. Натуральные числа – это числа вида:
А) 0, 1, 2, 3, ... Б) $1/1, 2/2, 3/3, \dots$ В) 0, $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ Г) 1, 2, 3, ...
2. – Выделить натуральное число:
А) $4/2$ Б) 0 В) -3 Г) 1998
3. Какие действия выполняются всегда на множестве натуральных чисел:
А) извлечение корня Б) сложение В) вычитание
Г) все вышеперечисленные
4. Целые числа – это числа вида:

- А) $0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ Б) $\pm 1/1, \pm 2/2, \pm 3/3, \dots$ В) $-2, -1, 1, 2, \dots$
Г) $0, 1, 2, 3, \dots$
5. Какие подмножества включают в себя множество целых чисел:
А) только целые положительные числа
Б) только натуральные и нуль
В) целые отрицательные, натуральные и нуль
Г) только натуральные
6. Указать целые числа:
А) $1/2$ Б) -34 В) -0.2 Г) нет таковых
7. Рациональные числа – это числа вида:
А) a/b , где a – целое, b – натуральное
Б) a/b , где a, b – целые неотрицательные числа
В) a/b , где a – натуральное, b – целое
Г) a/b , где a, b – целые числа
8. Укажите целые числа меньше 0, но больше -5:
А) $-5, -4, -3, -2, -1$ Б) $-4, -3, -2, -1$ В) $-5, -4, -3, -2, -1, 0$
Г) $-4, -3, -2, -1, 0$
9. Укажите целые числа меньше -2, но больше -7:
А) $-7, -6, -5, -4, -3$ Б) $-7, -6, -5, -4, -3, -2$ В) $-6, -5, -4, -3$
Г) $-6, -5, -4, -3, -2$
10. Укажите целые числа больше -1, но меньше 1:
А) $-1, 0, 1$ Б) 0 В) $-1, 0$ Г) $0, 1$
11. Укажите целые числа не больше 0, не меньше -1:
А) нет таких Б) 0 В) $-1, 0$ Г) -1
12. Найдите произведение чисел 11 и 125:
А) 12 625 Б) 11 125 В) 1 375 Г) 1 225
13. Вычислите $984 : 8$:
А) 150 Б) 125 В) 120 Г) 123
14. Какое действие выполняется последним при нахождении значения выражения $1500 + 800 \times 300 - 500 : 5$:
А) сложение Б) умножение В) вычитание Г) деление
15. Найдите частное чисел 84 и 7:
А) 12 Б) 11 В) 13 Г) 14
16. Вычислите 103×9 :
А) 827 Б) 927 В) 1 027 Г) 977
17. Какое действие выполняется первым при нахождении значения выражения $850 - 350 + (620 \times 3 + 50) : 2$:
А) вычитание Б) умножение В) сложение Г) деление
18. Сколько тысяч в числе 1 628 255:
А) 628 Б) 162 В) 1 628 Г) 28
19. Сколько сотен тысяч в числе, полученном при сложении чисел 999 999 и 111 111:
А) 111 Б) 1 В) 11 Г) 1 111
20. Как правильно записать цифрами число: два миллиарда пятьсот тринадцать миллионов триста пятьдесят шесть тысяч восемьсот?
А) 25 133 568 Б) 250 013 300 568 В) 2 513 356 800

Г) 20 513 035 608

21. Запишите три раза подряд число 87 и три раза подряд число 13. Сложите полученные числа. В результате будет:

А) один миллион десять тысяч сто

Б) сто одна тысяча сто

В) десять миллионов сто одна тысяча

Г) сто одиннадцать тысяч сто

22. Какое из чисел больше: $20\,000 + 9\,000 + 900 + 90 + 9$ или $30\,000 + 1\,000 + 100 + 10 + 1$

А) второе Б) первое В) числа равны Г) не знаю

23. Какое из нижеперечисленных чисел самое большое:

А) 1234567890 Б) 9876543210 В) 102030405060 Г) 980780680

24. Какое из нижеперечисленных чисел самое маленькое:

А) 576675765 Б) 574475754 В) 578875785 Г) 557755575

25. На сколько отличается число $30\,000 + 8\,000 + 600 + 40 + 5$ от числа $20\,000 + 7\,000 + 500 + 30 + 4$?

А) на 11 111 Б) на 1 В) на 11 Г) на 1 111

26. Выполните действие и отметьте правильный результат $124 \times 20 + 65$:

А) 2 550 Б) 2 545 В) 2 445 Г) 2540

27. Выпишите все двузначные числа, которые можно записать помощью цифр 1, 0, 3, используя каждую цифру только один раз. Найдите сумму этих чисел.

А) 40 Б) 53 В) 84 Г) 74

28. Скорость автомобиля 80 км/ч, а скорость пешехода 5 км/ч. Во сколько раз скорость автомобиля больше скорости пешехода?

А) в 12 раз Б) в 24 раза В) в 16 раз Г) в 20 раз

29. Из цифр 2, 4, 6 составляются всевозможные трёхзначные числа. Найдите разность самого большого и самого маленького из них.

(каждая цифра используется только один раз):

А) 216 Б) 396 В) 378 Г) 180

30. Из четырёх цифр 1, 2, 3, 4 составьте два различных двузначных числа (каждая цифра используется один раз), произведение которых будет наибольшим.

Найдите это произведение.

А) 1300 Б) 1312 В) 903 Г) 1462

31. Из четырёх цифр 1, 2, 4, 5 составьте два различных двузначных числа (каждая цифра используется один раз), произведение которых будет наименьшим.

Найдите это произведение.

А) 252 Б) 168 В) 288 Г) 350

32. Укажите такой порядок расположения чисел, чтобы каждое последующее число было меньше предыдущего (порядок убывания).

1) 5525 2) 5670 3) 5340 4) 5420

А) 1, 2, 3, 4 Б) 3, 4, 1, 2 В) 2, 1, 3, 4 Г) 2, 1, 4, 3

Тест 2

1. Укажите такой порядок расположения чисел, чтобы каждое последующее число было больше предыдущего (порядок возрастания).
1) 2151 2) 2178 3) 2193 4) 2132
А) 1, 2, 3, 4 Б) 4, 1, 2, 3 В) 4, 3, 2, 1 Г) 1, 4, 2, 3
2. Дано 5 чисел: 814, 129, 1235, 756, 307. Наибольшее значение суммы двух из этих чисел равно:
А) 2049 Б) 1991 В) 2149 Г) 2089
3. Укажите цифры, которые можно поставить вместо звёздочек так, чтобы были верны неравенства: $*428 > 4*39 > 43*1 > *502$.
А) (4, 4, 3, 2) Б) (3, 5, 1, 3) В) (5, 9, 2, 6) Г) (5, 5, 9, 3)
4. В четырёх коробках лежат красные, синие и зелёные карандаши.

Коробка	Карандаши		
	Красные	Синие	Зелёные
1	15	10	11
2	24	8	21
3	18	12	14
4	16	16	16

- В какой из коробок больше всего карандашей?
А) 1 Б) 2 В) 3 Г) 4
5. Исходя из предыдущего условия задачи. В какой из коробок больше синих и зелёных карандашей?
А) 1 Б) 2 В) 3 Г) 4
6. Исходя из предыдущего условия задачи. В какой из коробок меньше всего красных и синих карандашей?
А) 1 Б) 2 В) 3 Г) 4
7. Сколько целых чисел удовлетворяют неравенству $-4 < x < 8$?
А) 12 Б) 10 В) 9 Г) 11
8. Укажите наименьшее число:
А) -150 Б) -149 В) -151 Г) 0
9. Сколько существует целых чисел, которые больше -10 и меньше 3 ?
А) 11 Б) 12 В) 10 Г) 9
10. Укажите наибольшее число:
А) 0 Б) -25 В) 12 Г) -45
11. Выполните действие: $-30 + 65$:
А) 35 Б) -35 В) -95 Г) 95
12. Выполните действие: $-30 - 65$:
А) 35 Б) -35 В) -95 Г) 95
13. Какое число получается при сумме:
 $600\ 000\ 000\ 000 + 40\ 000\ 000 + 500\ 000 + 10\ 000 + 6$?
А) 6 004 005 106 Б) 6 405 106 В) 6 040 510 006
Г) 600 040 510 006

14. В каком неравенстве знак поставлен неверно?
А) $72\ 035\ 122 < 72\ 035\ 289$ Б) $89\ 012\ 365 < 89\ 013\ 365$
В) $33\ 333\ 142 > 33\ 333\ 049$ Г) $54\ 235\ 189 > 54\ 236\ 189$
15. Какое число следует за числом 621 679 899?
А) 621 679 900 Б) 621 680 900 В) 621 679 000 Г) 621 680 899
16. Что отсутствует в числе 231 000 869 192?
А) разряд сотен тысяч Б) класс тысяч В) класс миллионов
Г) разряд сотен
17. Что показывает цифра 3 в числе 21 388 102?
А) единицы миллионов Б) сотни тысяч В) тысячи Г) десятки тысяч
18. В каком числе отсутствует разряд сотен?
А) 12 135 802 Б) 456 650 987 В) 23 156 089 Г) 326 205 122
19. Значение какого выражения самое большое?
А) $250:5 - (2 + 10)$ Б) $(250:5 - 2) + 10$ В) $250:5 - 2 + 10$
Г) $250: (5 - 2) + 10$
20. В каком выражении первым действием будет сложение?
А) $32:2 + 3 \times 7$ Б) $32: (2 + 3) \times 7$ В) $(32:2 + 3) \times 7$ Г) $32: (2 + 3 \times 7)$
21. В каком числе 55 десятков?
А) 550 Б) 505 В) 515 Г) 55
22. В каком числе отсутствует разряд десятков?
А) 10 Б) 101 В) 110 Г) 11
23. Укажите число, в котором 5 единиц первого разряда и 7 единиц третьего:
А) 507 Б) 705 В) 570 Г) 750
24. Запишите число пятнадцать тысяч сто шестьдесят два:
А) 150 162 Б) 15 000 162 В) 15 162 000 Г) 15 162
25. Найдите разность чисел 45 132 и 232:
А) 44 999 Б) 44 900 В) 44 990 Г) 44 890
26. Найдите произведение чисел 105 и 215:
А) 225 750 Б) 225 755 В) 275 550 Г) 22 575
27. Дано выражение $232 + (668 - 15 \times 5):8$.
Какое действие выполняется третьим?
А) умножение Б) деление В) сложение Г) вычитание
28. Найдите частное чисел 3857 и 19:
А) 3838 Б) 3876 В) 73 283 Г) 203
29. На сколько произведение чисел 203 и 69 больше частного чисел 45 034 и 89?
А) на 234 Б) на 18 011 В) на 1000 Г) на 13 501
30. Запишите выражение: « частное суммы чисел а и в и произведения чисел 7 и с »:
А) $a + b:7 \times c$ Б) $(a + b): (7 \times c)$ В) $(a + b):7 \times c$ Г) $a + (b:7) \times c$
31. Укажите пару противоположных чисел:
А) -3 и 3 Б) 0 и -3 В) 0 и 3 Г) -5 и 3
32. Какой из данных примеров решён верно?
А) $-2 + 7 = -9$ Б) $-2 + 7 = 5$ В) $-2 + 7 = 9$ Г) $-2 + 7 = -5$

Задачи для самостоятельного решения

1. Запишите цифрами числа:

- А) два миллиона пять.
- Б) триста двадцать шесть миллионов сто пять тысяч двенадцать.
- В) сто два миллиона тридцать две тысячи сто два.
- Г) четырнадцать миллионов одна тысяча два.
- Д) семнадцать миллионов шестьдесят тысяч сорок три.
- Е) один миллиард двадцать шесть миллионов пятнадцать тысяч десять.

2. Найдите значение выражения:

- А) $5040 : (28 \times 4) - (888 + 219) : 27$
- Б) $29 \times 104 : 16 + (5059 - 988) : 23$
- В) $(8640 : 8 + 5250 : 5 - 130) \times 3$
- Г) $(9810 : 9 - 7560 : 7 + 290) - 4$

3. В городской библиотеке имеется 1 256 684 экземпляров книг, что на 39 684 экземпляра больше, чем в университетской библиотеке, но на 159 200 меньше, чем в областной библиотеке. Сколько экземпляров книг имеется в трёх библиотеках?

4. В гостинице 209 двухместных номера, 162 трёхместных и 89 четырёхместных. Сколько нужно заказать автобусов для экскурсии, чтобы вывезти всех постояльцев отеля, если в каждом автобусе 45 мест.

5. Груша и апельсин вместе весят 285 гр., апельсин и лимон 250 гр. Определите массу груши, лимона и апельсина, если лимон и груша вместе весят 215гр. (решите задачу арифметическим методом)

6. Из двух сёл одновременно навстречу друг другу выехали два велосипедиста. Их скорости 9 км/ч и 12 км/ч. Через два часа они встретились. Чему равно расстояние между сёлами?

7. От одной пристани до другой можно добраться на теплоходе со скоростью 12 км/ч или моторной лодке со скоростью 13км/ч. Моторная лодка проходит этот путь по течению реки за 4ч., а теплоход против течения реки за 6ч. Определите скорость течения? (решите задачу арифметическим методом).

8. Сравните числа:

- А) 3617009 и 3616356
- Б) 18532129 и 18532130
- В) 198567333 и 198675333
- Г) 13325325325 и 1325325325

9. Запишите пятизначное число, которое:

- А) меньше 10016 и оканчивается цифрой 7.
- Б) больше 9987 и оканчивается цифрой 6.

Тема 2

Арифметические законы, простые и составные числа, признаки делимости, разложение на простые множители, наименьшее общее кратное, наибольший общий делитель

Существует 5 математических законов, справедливых для любых чисел.

1. Переместительный закон сложения $a + b = b + a$, например $5 + 4 = 4 + 5 = 9$

Выражаясь простым языком, можно сказать: от перемены мест слагаемых сумма не меняется.

2. Переместительный закон умножения $a \times b = b \times a$, например $6 \times 2 = 2 \times 6 = 12$

Проще говоря, от перемены мест множителей произведение не меняется.

3. Сочетательный закон сложения $(a + b) + c = a + (b + c)$, например $(7 + 5) + 3 = 7 + (5 + 3) = 15$. Или, значение суммы не зависит от того как сгруппированы слагаемые.

4. Сочетательный закон умножения $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$, например $(3 \times 2) \times 5 = 3 \times (2 \times 5) = 30$. Или, значение произведения не зависит от того как сгруппированы множители.

5. Распределительный закон умножения относительно сложения

$(a + b) \times c = a \times c + b \times c$, например $(5 + 4) \times 2 = 5 \times 2 + 4 \times 2 = 18$. То есть, чтобы сумму умножить на число, можно умножить на это число каждое из слагаемых, а затем сложить полученные произведения.

– Позвольте, – тут же заметит вдумчивый читатель. – Вы в прошлой теме утверждали, что в арифметике скобки раскрывать нельзя, а тут распределительный закон говорит о противоположном.

И тут же приведёте мне пример: $10:2 (4—2)$. А я рядом с вашим примером напишу такой: $10: [2 (4—2)]$. Скажите, между этими примерами есть разница? Оказывается разница есть в порядке действий и соответственно в получаемом результате. Если в первом примере применить распределительный закон, то мы нарушим порядок действий. А вот во втором примере порядок действий не нарушается и мы можем применить распределительный закон. Действительно, результат не изменится, если сделать сначала действие в круглых скобках и результат умножить на 2, или умножить 2 на каждое из слагаемых в скобке, а потом вычесть из первого произведения второе. Как видите, никакого противоречия нет. Добавив квадратные скобки, мы меняем порядок действий и соответственно получаемый результат.

Нетрудно заметить, что арифметические законы позволяют упростить вычисления.

Например:

$4 \times 93 \times 25 = 93 \times (25 \times 4) = 93 \times 100 = 9300$. Применён сочетательный закон умножения.

$932 + 869 + 68 = 869 + (932 + 68) = 869 + 1000 = 1869$. Применён сочетательный закон сложения.

$158 \times 6 + 242 \times 6 = (158 + 242) \times 6 = 400 \times 6 = 2400$. Применён распределительный закон умножения относительно сложения.

Натуральные числа больше единицы называются простыми, если они делятся только на единицу и на самого себя.

Натуральные числа больше единицы называются составными, если они делятся и на другие числа. Число 1 не относится ни к простым, ни к составным.

Например, числа 5, 7, 19, 31, 61, 89 простые. Они не делятся нацело на другие числа.

А вот число 21 и 81 составные. 21 делится не только на единицу и самого себя, но и на цифры 3 и 7. 81 делится на цифры 3, 9, 27.

Числа 1, 3, 7, 21 делители числа 21, числа 1, 3, 9, 27, 81 делители числа 81. Число 21 кратное для чисел 1, 3, 7, 21, т.к. делиться на эти числа без остатка.

Интересная задача.

Нумерация домов на улице от 1 до 11. Каких чисел больше, простых или составных в нумерации домов?

Так просто. Однако многие забывают, что единица не относится ни к простым, ни к составным числам, поэтому дают неправильный ответ. Отбрасываем единицу и начинаем считать: 2, 3, 5, 7, 11 – простые, 4, 6, 8, 9, 10 – составные. Простых и составных чисел оказалось поровну, хотя количество домов на нечётной стороне больше. Можете это проверить.

Часто задают вопрос, каких чисел в математике больше: простых или составных. Вы сами можете ответить на этот вопрос. Все чётные числа – составные, т.к они делятся на 2. А из нечётных чисел не все простые. Даже в первой десятке есть число 9, которое не является простым. В приведённых выше примерах нечётные числа 21 и 81 не являются простыми. Поэтому, простых чисел не так много. В первой тысяче их 168.

Переходим к формулировке основной теоремы арифметики.

Любое составное натуральное число можно представить единственным образом в виде произведения простых чисел. Такое представление называется разложением числа на простые множители.

Рассмотрим пример разложения числа на простые множители

1421	7	Первый простой делитель
203	7	Второй простой делитель
29	29	Число 29-простое

Таким образом, $1421 = 7 \times 7 \times 29 = 7^2 \times 29$.

Как научиться правильно делать разложение чисел на простые множители? Обычно такое разложение записывают столбиком в две колонки. В левую колонку записывается исходное число.

1 шаг. Берём самое маленькое простое число 2 и проверяем делится ли исходное число на 2.

2 шаг. Если делится, то в правую колонку выписываем 2, далее делим исходное число на 2 и записываем результат в левую колонку под исходным числом

3 шаг. Если же число не делится на 2, то берём следующее простое число 3. И так далее.

Повторяем эти шаги при работе с последним числом в левой колонке и с текущим простым числом. Разложение заканчивается, когда в левой колонке будет записано простое число.

Чтобы лучше понять этот алгоритм разберём несколько примеров.

Пример 1: Разложить число 298 на простые множители.

Берём число 2 и проверяем делится ли 298 на 2. Делится. В остатке получаем 149. Записываем число 2 в правую колонку, а число 149 в левую. Число 149 простое. Поэтому, $298 = 2 \times 149$. Разложение закончено.

Конец ознакомительного фрагмента.

Текст предоставлен ООО «ЛитРес».

Прочитайте эту книгу целиком, [купив полную легальную версию](#) на ЛитРес.

Безопасно оплатить книгу можно банковской картой Visa, MasterCard, Maestro, со счета мобильного телефона, с платежного терминала, в салоне МТС или Связной, через PayPal, WebMoney, Яндекс.Деньги, QIWI Кошелек, бонусными картами или другим удобным Вам способом.